

TEORIE HER



15. 10. 2014

HRA

HRA

Definice

Hra je činnost jednoho či více lidí, která nemusí mít konkrétní smysl, ale přitom má za cíl radost či relaxaci.

HRA

Definice

Hra je činnost jednoho či více lidí, která nemusí mít konkrétní smysl, ale přitom má za cíl radost či relaxaci.

Definice

Hra je „souboj“ dvou hráčů.

HRA S NEÚPLNOU INFORMACÍ

HRA S NEÚPLNOU INFORMACÍ

Definice

Řekneme, že jde o hru s neúplnou informací, pokud alespoň jeden hráč v alespoň jednu chvíli neví všechno o stavu hry.

HRA S NEÚPLNOU INFORMACÍ

Definice

Řekneme, že jde o hru s neúplnou informací, pokud alespoň jeden hráč v alespoň jednu chvíli neví všechno o stavu hry.

Například poker, Bang, prší, ...

HRA S ÚPLNOU INFORMACÍ

HRA S ÚPLNOU INFORMACÍ

Definice

Řekneme, že jde o hru s úplnou informací, pokud všichni (oba) hráči ví vždy vše o stavu hry.

HRA S ÚPLNOU INFORMACÍ

Definice

Řekneme, že jde o hru s úplnou informací, pokud všichni (oba) hráči ví vždy vše o stavu hry.

Například šachy, dáma, dobble, carcassone ...

HRA S (NE)NULOVÝM SOUČTEM

HRA S (NE)NULOVÝM SOUČTEM

Definice

Představme si, že hra přinese hráčům nějaký zisk nebo ztrátu. Řekneme, že se jedná o hru s nulovým součtem, pokud součet výtěžků jednotlivých hráčů je nula. Neboli že to, co jeden prohraje, druhý vyhraje.

HRA S (NE)NULOVÝM SOUČTEM

Definice

Představme si, že hra přinese hráčům nějaký zisk nebo ztrátu. Řekneme, že se jedná o hru s nulovým součtem, pokud součet výdělků jednotlivých hráčů je nula. Neboli že to, co jeden prohraje, druhý vyhraje.

Například poker, šachy, aktivity...

HRA S (NE)NULOVÝM SOUČTEM

Definice

Představme si, že hra přinese hráčům nějaký zisk nebo ztrátu. Řekneme, že se jedná o hru s nulovým součtem, pokud součet výdělků jednotlivých hráčů je nula. Neboli že to, co jeden prohraje, druhý vyhraje.

Například poker, šachy, aktivity...

Definice

Řekneme, že se jedná o hru s nenulovým součtem, pokud součet výdělků jednotlivých hráčů nemusí být nula. Neboli že mohou být oba v plusu (nebo mínusu).

HRA S (NE)NULOVÝM SOUČTEM

Definice

Představme si, že hra přinese hráčům nějaký zisk nebo ztrátu. Řekneme, že se jedná o hru s nulovým součtem, pokud součet výdělků jednotlivých hráčů je nula. Neboli že to, co jeden prohraje, druhý vyhraje.

Například poker, šachy, aktivity...

Definice

Řekneme, že se jedná o hru s nenulovým součtem, pokud součet výdělků jednotlivých hráčů nemusí být nula. Neboli že mohou být oba v plusu (nebo mínusu).

Například věžňovo dilema.

VĚZŇOVO DILEMA

VĚZŇOVO DILEMA

Dvě osoby (Adam a Barbora) byly zadržené policií. Jsou rozděleni, a každému je nabídnuta možnost zradit toho druhého.

VĚZŇOVO DILEMA

Dvě osoby (Adam a Barbora) byly zadrženy policií. Jsou rozděleni, a každému je nabídnuta možnost zradit toho druhého. Pak může nastat:

	B mlčí	B zradí
A mlčí	A si odsedí 2 roky B si odsedí 2 roky	A si odsedí 10 let B je volný
A zradí	A je volný B si odsedí 10 let	A si odsedí 6 let B si odsedí 6 let

VÝSKYT V PŘÍRODĚ

VÝSKYT V PŘÍRODĚ

- Reklama (cigarety)

VÝSKYT V PŘÍRODĚ

- ▶ Reklama (cigarety)
- ▶ Prales

VÝSKYT V PŘÍRODĚ

- ▶ Reklama (cigarety)
- ▶ Prales
- ▶ Evoluce

VÝSKYT V PŘÍRODĚ

- ▶ Reklama (cigarety)
- ▶ Prales
- ▶ Evoluce
- ▶ Emise CO₂

VÝSKYT V PŘÍRODĚ

- ▶ Reklama (cigarety)
- ▶ Prales
- ▶ Evoluce
- ▶ Emise CO₂
- ▶ Doping

VÝSKYT V PŘÍRODĚ

- ▶ Reklama (cigarety)
- ▶ Prales
- ▶ Evoluce
- ▶ Emise CO₂
- ▶ Doping
- ▶ Studená válka

VÝSKYT V PŘÍRODĚ

- ▶ Reklama (cigarety)
- ▶ Prales
- ▶ Evoluce
- ▶ Emise CO₂
- ▶ Doping
- ▶ Studená válka
- ▶ Závislost

HRA
○○○○

VĚŽŇOVO DILEMA
○○

?
●○○○

GRAF
○○○

VÝHERNÍ STRATEGIE
○○○

PŘÍKLADY
○○○○○○

Věta

Průměrná bublina v pěně má 22.9 vrcholů, 34.14 hran a 13.39 stěn.

HRA
○○○○

VĚŽŇOVO DILEMA
○○

?
○●○○

GRAF
○○○

VÝHERNÍ STRATEGIE
○○○

PŘÍKLADY
○○○○○

Věta

Číslo

$$1 \underbrace{000000000000000}_{13} 666 \underbrace{000000000000000}_{13} 1$$

Věta

Číslo

$$1 \underbrace{000000000000000}_{13} 666 \underbrace{000000000000000}_{13} 1$$

je prvočíslem!

Věta

Číslo

$$1 \underbrace{00000000000000}_{13} 666 \underbrace{00000000000000}_{13} 1$$

je prvočíslem! (Takzvaným Belphegorovým.)

HRA
○○○

VĚŽŇOVO DILEMA
○○

?
○○●○

GRAF
○○○

VÝHERNÍ STRATEGIE
○○○

PŘÍKLADY
○○○○○

V populární hudbě najdeme výroku typu:

V populární hudbě najdeme výroku typu:

„Ten okamžik trval snad celý světelný rok“

Lenka Filipová

V populární hudbě najdeme výroku typu:

„Ten okamžik trval snad celý světelný rok“

Lenka Filipová

„Dnes ráno jsem uběhl 15 kilogramů.“

Luboš Pick

V populární hudbě najdeme výroku typu:

„Ten okamžik trval snad celý světelný rok“

Lenka Filipová

„Dnes ráno jsem uběhl 15 kilogramů.“

Luboš Pick

Filosofická otázka:

V populární hudbě najdeme výroku typu:

„Ten okamžik trval snad celý světelný rok“

Lenka Filipová

„Dnes ráno jsem uběhl 15 kilogramů.“

Luboš Pick

Filosofická otázka: Kdo vypadá jako větší blbec?

HRA
○○○○

VĚŽŇOVO DILEMA
○○

?
○○○●

GRAF
○○○

VÝHERNÍ STRATEGIE
○○○

PŘÍKLADY
○○○○○○

Richard Nixon řekl v roce **1972** v kampani na své znovuzvolení prezidentem USA toto:

Richard Nixon řekl v roce **1972** v kampani na své znovuzvolení prezidentem USA toto:

„Rychlost růstu inflace se zpomaluje.“

Richard Nixon řekl v roce **1972** v kampani na své znovuzvolení prezidentem USA toto:

„Rychlost růstu inflace se zpomaluje.“

Což bylo první zdokumentované použití třetí derivace ve vrcholné politice.

Richard Nixon řekl v roce **1972** v kampani na své znovuzvolení prezidentem USA toto:

„Rychlost růstu inflace se zpomaluje.“

Což bylo první zdokumentované použití třetí derivace ve vrcholné politice. (Čtvrté derivace, bereme-li inflaci jako derivaci peněz)

GRAF

GRAF

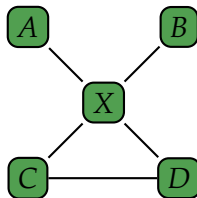
Definice

Graf je dvojice (V, E) ,
kde V je libovolná množina („vrcholy“), a E je množina jejich
dvojic („hrany“).

GRAF

Definice

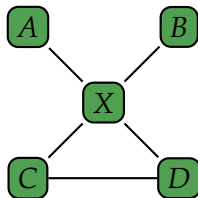
Graf je dvojice (V, E) ,
kde V je libovolná množina („vrcholy“), a E je množina jejich
dvojic („hrany“).



GRAF

Definice

Graf je dvojice (V, E) ,
kde V je libovolná množina („vrcholy“), a E je množina jejich
dvojic („hrany“).



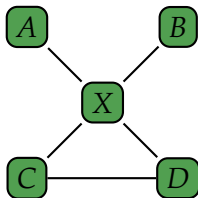
Pak

$$V = \{A, B, C, D, X\}$$

GRAF

Definice

Graf je dvojice (V, E) ,
kde V je libovolná množina („vrcholy“), a E je množina jejich
dvojic („hrany“).



Pak

$$V = \{A, B, C, D, X\}$$
$$E = \{[A, X], [B, X], [C, X], [D, X], [C, D]\}$$

STUPEŇ VRCHOLU

STUPEŇ VRCHOLU

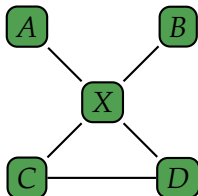
Definice

Stupňem vrcholu se rozumí počet hran, které z něho vychází.

STUPEŇ VRCHOLU

Definice

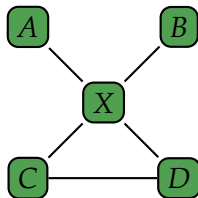
Stupněm vrcholu se rozumí počet hran, které z něho vychází.



STUPEŇ VRCHOLU

Definice

Stupňem vrcholu se rozumí počet hran, které z něho vychází.

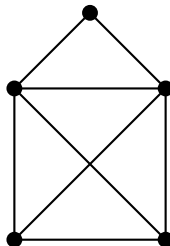


Vrchol X má stupeň 4, vrcholy C a D mají stupeň 2 a vrcholy A a B mají stupeň 1.

STUPEŇ VRCHOLU

Definice

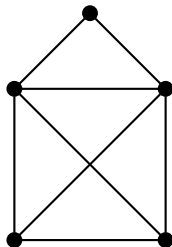
Stupněm vrcholu se rozumí počet hran, které z něho vychází.



STUPEŇ VRCHOLU

Definice

Stupněm vrcholu se rozumí počet hran, které z něho vychází.



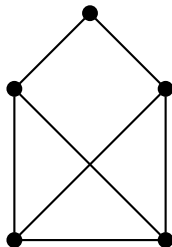
Věta

Každý souvislý graf jde namalovat jedním tahem, právě když má 0 nebo 2 vrcholy s lichým stupněm.

STUPEŇ VRCHOLU

Definice

Stupněm vrcholu se rozumí počet hran, které z něho vychází.



Věta

Každý souvislý graf jde namalovat jedním tahem, právě když má 0 nebo 2 vrcholy s lichým stupněm.

GRAF HRY

GRAF HRY

Definice

Graf hry je graf popisující všechny možné stavy a možné tahy.

GRAF HRY

Definice

Graf hry je graf popisující všechny možné stavy a možné tahy.

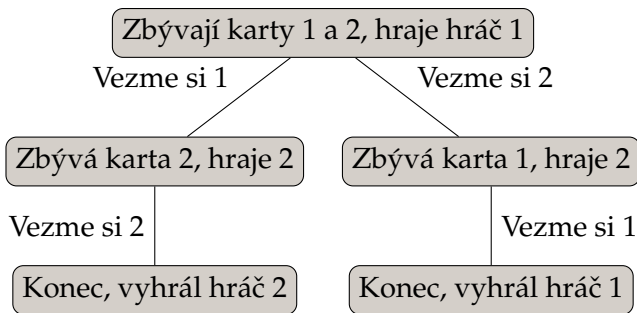
Na stole jsou karty s hodnotami 1 a 2. Hráči se střídají, každý si vezme jednu kartu, a vyhraje ten, který má na konci kartu s větším číslem.

GRAF HRY

Definice

Graf hry je graf popisující všechny možné stavy a možné tahy.

Na stole jsou karty s hodnotami 1 a 2. Hráči se střídají, každý si vezme jednu kartu, a vyhraje ten, který má na konci kartu s větším číslem.



VÝHERNÍ STRATEGIE

VÝHERNÍ STRATEGIE

Definice

Pokud existuje pro nějakého hráče návod, jak má v každém stavu hrát, který vede k výhře, tak ten „návod“ nazveme výherní strategií. (Říkáme, že ten daný hráč má výherní strategii.)

VÝHERNÍ STRATEGIE

Definice

Pokud existuje pro nějakého hráče návod, jak má v každém stavu hrát, který vede k výhře, tak ten „návod“ nazveme výherní strategií. (Říkáme, že ten daný hráč má výherní strategii.)

Definice

Pokud existuje pro nějakého hráče návod, jak má v každém stavu hrát, který vede k výhře nebo remíze, tak ten „návod“ nazveme neproherní strategií. (Říkáme, že ten daný hráč má neproherní strategii.)

EXISTENCE NEPROHERNÍ STRATEGIE

EXISTENCE NEPROHERNÍ STRATEGIE

Věta

Je-li hra konečná, pak má jeden z hráčů neproherní strategii.

EXISTENCE NEPROHERNÍ STRATEGIE

Věta

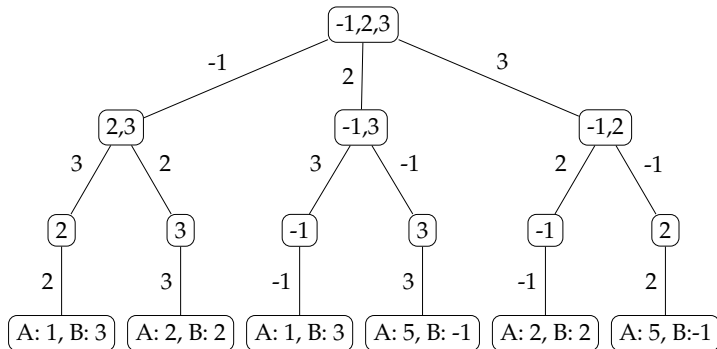
Je-li hra konečná, pak má jeden z hráčů neproherní strategii.

Věta

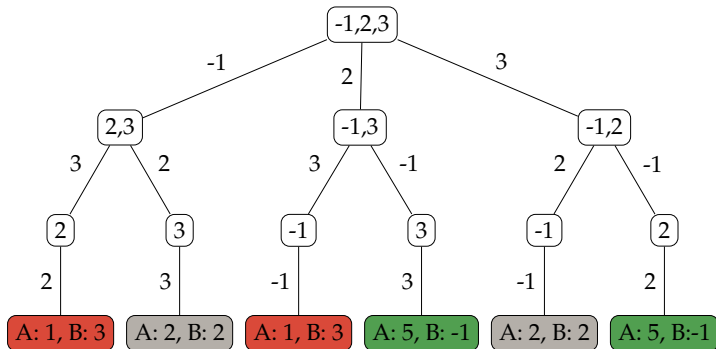
Je-li hra konečná, a nemůže-li nastat remíza, pak má jeden z hráčů výherní strategii.

Na stole jsou karty s hodnotami -1, 2 a 3. Hráči se střídají, každý si vezme jednu kartu, a vyhraje ten, který má na konci větší součet.

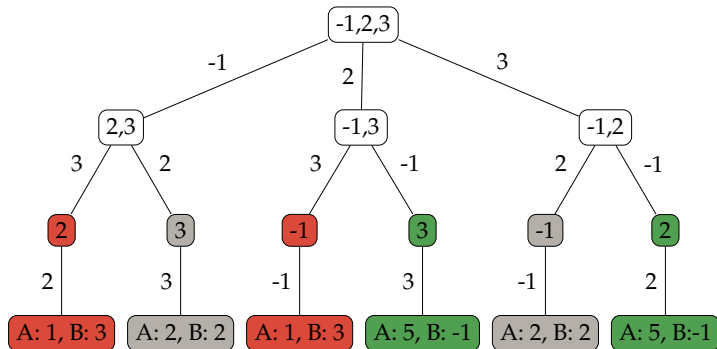
Na stole jsou karty s hodnotami -1, 2 a 3. Hráči se střídají, každý si vezme jednu kartu, a vyhraje ten, který má na konci větší součet.



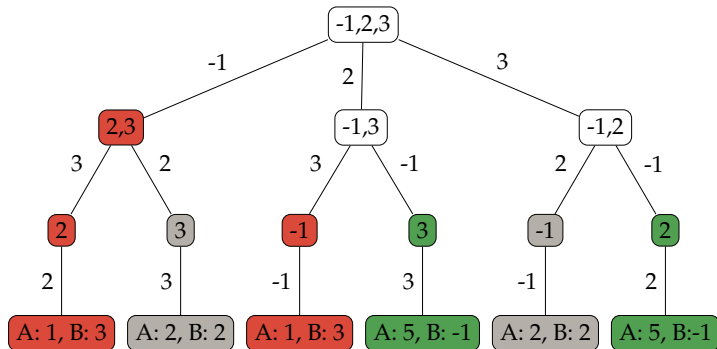
Na stole jsou karty s hodnotami -1, 2 a 3. Hráči se střídají, každý si vezme jednu kartu, a vyhraje ten, který má na konci větší součet.



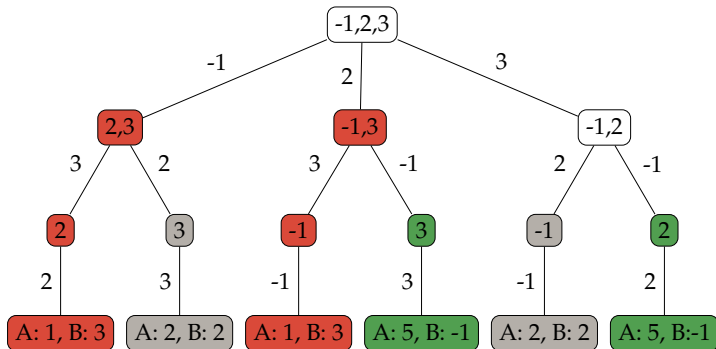
Na stole jsou karty s hodnotami -1, 2 a 3. Hráči se střídají, každý si vezme jednu kartu, a vyhraje ten, který má na konci větší součet.



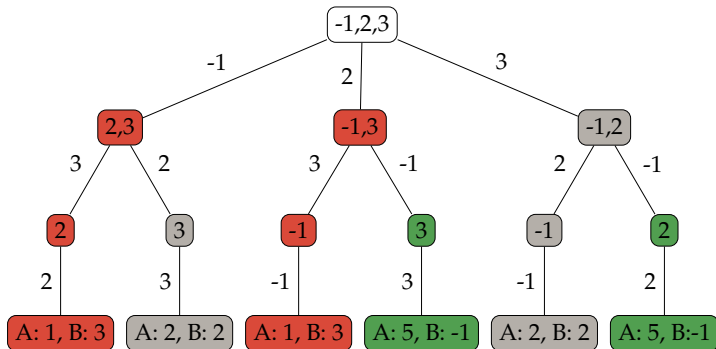
Na stole jsou karty s hodnotami -1, 2 a 3. Hráči se střídají, každý si vezme jednu kartu, a vyhraje ten, který má na konci větší součet.



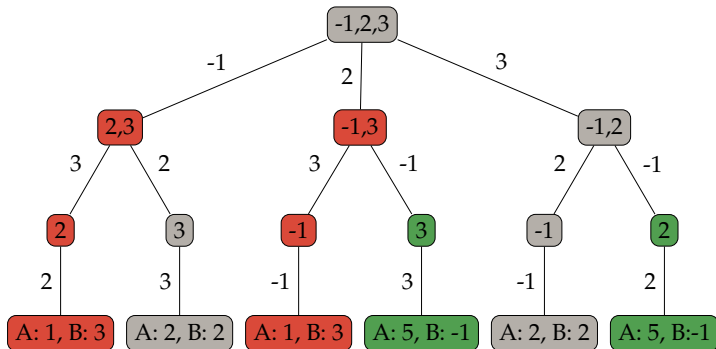
Na stole jsou karty s hodnotami -1, 2 a 3. Hráči se střídají, každý si vezme jednu kartu, a vyhraje ten, který má na konci větší součet.



Na stole jsou karty s hodnotami -1, 2 a 3. Hráči se střídají, každý si vezme jednu kartu, a vyhraje ten, který má na konci větší součet.



Na stole jsou karty s hodnotami -1, 2 a 3. Hráči se střídají, každý si vezme jednu kartu, a vyhraje ten, který má na konci větší součet.



KRADENÍ STRATEGIE

KRADENÍ STRATEGIE

- Máme obdélníkový stůl, a dostatek kruhových mincí. Hráči se střídají a pokládají mince na stůl (vedle sebe). Prohrává ten, kdo už nemá místo pro umístění mince.

KRADENÍ STRATEGIE

- ▶ Máme obdélníkový stůl, a dostatek kruhových mincí.
Hráči se střídají a pokládají mince na stůl (vedle sebe).
Prohrává ten, kdo už nemá místo pro umístění mince.
- ▶ Piškvorky

STŘELBA

STŘELBA

Máme tři rozhněvané muže.

STŘELBA

Máme tři rozhněvané muže. Každý má pistol a jsou rozhodnutí se rozstřílet.

STŘELBA

Máme tři rozhněvané muže. Každý má pistol a jsou rozhodnutí se rozstřílet. Muž A se trefí vždy,

STŘELBA

Máme tři rozhněvané muže. Každý má pistol a jsou rozhodnutí se rozstřílet. Muž A se trefí vždy, muž B s pravděpodobností $\frac{1}{2}$

STŘELBA

Máme tři rozhněvané muže. Každý má pistol a jsou rozhodnutí se rozstřílet. Muž A se trefí vždy, muž B s pravděpodobností $\frac{1}{2}$ a Folwar s pravděpodobností $\frac{1}{3}$.

STŘELBA

Máme tři rozhněvané muže. Každý má pistol a jsou rozhodnutí se rozstřílet. Muž A se trefí vždy, muž B s pravděpodobností $\frac{1}{2}$ a Folwar s pravděpodobností $\frac{1}{3}$. Aby to bylo spravedlivé, tak budou střílet v pořadí Folwar, B, A, a tak pořád dokola dokud nezůstane naživu jen jeden.

STŘELBA

Máme tři rozhněvané muže. Každý má pistol a jsou rozhodnutí se rozstřílet. Muž A se trefí vždy, muž B s pravděpodobností $\frac{1}{2}$ a Folwar s pravděpodobností $\frac{1}{3}$. Aby to bylo spravedlivé, tak budou střílet v pořadí Folwar, B, A, a tak pořád dokola dokud nezůstane naživu jen jeden. Otázkou je, kam má Folwar mířit, aby měl největší pravděpodobnost, že přežije.

PIRÁTI

Pětice pirátů si má rozdělit lup, který čítá 100 zlaťáků.

PIRÁTI

Pětice pirátů si má rozdělit lup, který čítá 100 zlaťáků. Nejstarší pirát (číslo 1) navrhne rozdělení, bude se hlasovat, a potřebuje nadpoloviční většinu hlasů.

PIRÁTI

Pětice pirátů si má rozdělit lup, který čítá 100 zlaťáků. Nejstarší pirát (číslo 1) navrhne rozdělení, bude se hlasovat, a potřebuje nadpoloviční většinu hlasů. Pokud ji nedostane, tak ho popraví a rozděluje další pirát v pořadí (2). A tak dále.

PIRÁTI

Pětice pirátů si má rozdělit lup, který čítá 100 zlaťáků. Nejstarší pirát (číslo 1) navrhne rozdělení, bude se hlasovat, a potřebuje nadpoloviční většinu hlasů. Pokud ji nedostane, tak ho popraví a rozděluje další pirát v pořadí (2). A tak dále.

Piráti se řídí těmito prioritami (v tomto pořadí):

1. Nebýt popraven.

PIRÁTI

Pětice pirátů si má rozdělit lup, který čítá 100 zlaťáků. Nejstarší pirát (číslo 1) navrhne rozdělení, bude se hlasovat, a potřebuje nadpoloviční většinu hlasů. Pokud ji nedostane, tak ho popraví a rozděluje další pirát v pořadí (2). A tak dále.

Piráti se řídí těmito prioritami (v tomto pořadí):

1. Nebýt popraven.
2. Získat co nejvíce.

PIRÁTI

Pětice pirátů si má rozdělit lup, který čítá 100 zlaťáků. Nejstarší pirát (číslo 1) navrhne rozdělení, bude se hlasovat, a potřebuje nadpoloviční většinu hlasů. Pokud ji nedostane, tak ho popraví a rozděluje další pirát v pořadí (2). A tak dále.

Piráti se řídí těmito prioritami (v tomto pořadí):

1. Nebýt popraven.
2. Získat co nejvíce.
3. Zabít co nejvíce „kolegů“.

PIRÁTI

Pětice pirátů si má rozdělit lup, který čítá 100 zlaťáků. Nejstarší pirát (číslo 1) navrhne rozdělení, bude se hlasovat, a potřebuje nadpoloviční většinu hlasů. Pokud ji nedostane, tak ho popraví a rozděluje další pirát v pořadí (2). A tak dále.

Piráti se řídí těmito prioritami (v tomto pořadí):

1. Nebýt popraven.
2. Získat co nejvíce.
3. Zabít co nejvíce „kolegů“.

Kolik nejvíce si může 1. pirát nechat, aby přežil?

PIRÁTI – ŘEŠENÍ

PIRÁTI – ŘEŠENÍ

Zbývá jen pirát 5

5: 100

PIRÁTI – ŘEŠENÍ

Zbývá jen pirát 5

5: 100

Zbývají piráti 4 a 5

4: 0 + smrt

5: 100

PIRÁTI – ŘEŠENÍ

Zbývá jen pirát 5	Zbývají piráti 4 a 5	Zbývají piráti 3, 4 a 5
5: 100	4: 0 + smrt 5: 100	3: 100 4: 0 5: 0

PIRÁTI – ŘEŠENÍ

Zbývá jen pirát 5	Zbývají piráti 4 a 5	Zbývají piráti 3, 4 a 5
5: 100	4: 0 + smrt 5: 100	3: 100 4: 0 5: 0

Zbývají piráti 2, 3, 4 a 5
2: 98 3: 0 4: 1 5: 1

PIRÁTI – ŘEŠENÍ

Zbývá jen pirát 5	Zbývají piráti 4 a 5	Zbývají piráti 3, 4 a 5
5: 100	4: 0 + smrt 5: 100	3: 100 4: 0 5: 0

Zbývají piráti 2, 3, 4 a 5	Všichni naživu
2: 98 3: 0 4: 1 5: 1	1: 97 2: 0 3: 1 4: 2 5: 0

NETRADIČNÍ HRY

NETRADIČNÍ HRY

- Jožin z Množin (David Gale)

NETRADIČNÍ HRY

- ▶ Jožin z Množin (David Gale)
- ▶ $\mathbb{Q}$ vs. $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$

HRA

Hra

Hra s neúplnou informací

Hra s úplnou informací

Hra s (ne)nulovým
součtem

VĚŽŇOVO DILEMA

Věžňovo dilemma

Výskyt v přírodě

?

?

??

???

GRAF

Graf

Stupeň vrcholu

Graf hry

VÝHERNÍ STRATEGIE

Výherní strategie

Existence neproherní
strategie

PŘÍKLADY

Kradení strategie

Střelba

Piráti

Netradiční hry